

# Méthodes de diffusion-seuillage et schéma de prédiction. Application au couplage fluide-structure eulérien.

Arnaud SENGERS, Université Grenoble Alpes

Nous nous intéressons à la simulation d'un problème de couplage fluide-structure. Un des challenges majeurs est la différence de représentation des deux objets, naturellement représentés respectivement par une formulation eulérienne et lagrangienne. Nous considérons ici une méthode totalement eulérienne et plus particulièrement la méthode levelset où l'interface est représentée implicitement comme la ligne de niveau 0 d'une fonction auxiliaire, introduite par Cottet et Maitre dans [1]. Un des principaux avantages de cette méthode est l'utilisation d'un maillage unique pour le fluide comme pour l'interface. Elle s'applique notamment à la simulation des globules rouges dans le sang ou à la simulation de deux fluides en contact.

La stabilité des schémas de couplage représente une difficulté importante lors de la simulation de méthode de couplage fluide-structure. En effet, l'utilisation de schémas explicites est grandement limitée par une condition restrictive sur le pas de temps. Un schéma implicite, bien qu'inconditionnellement stable, nécessite la résolution d'un système constitué d'une équation de Navier-Stokes couplée à une équation de transport avec un terme source non linéaire, ce qui se révèle trop coûteux dans la pratique.

Un schéma semi-implicite a été proposé dans [2]. Il consiste à ajouter une étape de prédiction de la position de l'interface et utiliser celle-ci pour calculer les forces impliquant la courbure dans l'équation de Navier-Stokes. Il permet d'obtenir la stabilité inconditionnelle avec un coût algorithmique proche de celui d'un schéma explicite.

Cette étape de prédiction peut être rapprochée des méthodes de convolution-seuillage introduites initialement par Merriman-Bence-Osher [3]. Conceptuellement, cela consiste à alterner une étape de diffusion d'équation de la chaleur et une étape de seuillage. Le principal avantage de cette méthode est son inconditionnelle stabilité. Initialement utilisée pour simuler le mouvement par courbure moyenne, cette méthode a été étendue pour simuler des flots géométriques d'ordre plus élevés notamment le flot de Willmore [4]. Néanmoins, un défaut majeur des algorithmes de convolution-seuillage est que, sur maillage fixe, si la résolution est insuffisante, l'interface peut rester figée. Il faut alors recourir à un raffinement du maillage au niveau de l'interface, ce qui augmente fortement le coût algorithmique.

Une solution alternative à ce problème est de représenter l'interface comme la ligne de niveau 0 de la distance signée plutôt que via une fonction caractéristique [5]. Ainsi l'étape de seuillage, qui consiste désormais en une redistanciation, permet de mieux localiser l'interface numériquement. L'étape de redistanciation peut être réalisée efficacement avec par exemple une méthode de fast marching.

Nous avons ainsi à disposition une méthode efficace pour simuler le déplacement par flot de Willmore. En effet, on enchaîne deux résolutions d'équation de la chaleur et une redistanciation.

Pour respecter les contraintes de conservation de volume et de périmètre inhérentes au globules rouges, on ajoute une étape de correction avant la redistanciation qui consiste modifier légèrement la position de l'interface. Le choix de cette correction est motivé par l'expression des premières variations du flot de Willmore avec multiplicateurs de Lagrange.

## Références

- [1] G.H COTTET ET E. MAITRE, *A level set method for fluid-structure interactions with immersed surfaces*, Mathematical models and methods in applied sciences, 2006.
- [2] G.H COTTET ET E. MAITRE, *A semi-implicit level set method for multiphase flows and fluid-structure interaction problems*, Journal of Computational Physics, 2015.
- [3] B. MERRIMAN, J.K. BENICE ET S. OSHER, *Diffusion generated motion by mean curvature*, Revue, Department of Mathematics, University of California, Los Angeles, 1992.
- [4] S. ESEDOGLU, S. J. RUUTH ET R. TSAI, *Threshold dynamics for high order geometric motions. Interfaces and Free Boundaries*, 10(3), 263-282, 2007.
- [5] S. ESEDOGLU, S. J. RUUTH ET R. TSAI, *Diffusion generated motion using signed distance functions. Journal of Computational Physics*, 229(4), 1017-1042, 2010.